

Mathématiques 2 S
Conception ESCP BS/HEC Paris
Session 2021

1 – Rappel du sujet

Le sujet s'articulait en quatre parties : des préliminaires algébriques servaient à établir des propriétés d'une base particulière de $\mathbb{R}[X]$, très utile pour le calcul des moments des variables aléatoires à valeurs entières ; une seconde partie résumait les propriétés les plus classiques de la loi de Poisson ; les deux dernières parties étaient consacrées aux applications statistiques.

La troisième partie introduisait les *estimateurs réguliers* de manière assez générale, l'objectif principal étant la minoration de la variance **[10.a]**. La quatrième partie, moins abstraite, comparait les mérites de trois familles d'estimateurs du paramètre de la loi de Poisson et établissait en particulier l'unicité d'un *estimateur efficace* (estimateur régulier pour lequel la minoration **[10.a]** devient une égalité).

Ce sujet était construit pour montrer des qualités de synthèse : le jury a apprécié que des candidats pensent à faire le lien entre différentes questions, à démontrer certaines propriétés en appliquant des résultats précédemment démontrés (quitte à ce que ces résultats aient été admis). On n'attendait pas que la même démonstration soit rédigée deux ou trois fois.

2 - Barème

Les quatre parties du barème comptaient respectivement pour 36 %, 16 %, 26 % et 22 % du total.

Les questions de Scilab (**[3.e]** et **[11.a]**) et assimilées (lectures de graphiques obtenus par simulations informatiques, **[11.b]** et **[16]**) représentaient 11 % des points du barème.

Sans surprise, certaines questions faciles ou proches du cours ont été abordées dans plus de trois copies sur quatre : **[1.a,b]**, **[2.a,b,c]**, **[5.a,b]**, **[6.a]**, **[7.a]**, **[8.a]**, **[9.a]**, **[12.a]**, **[13.a]**. D'autres ont été abordées dans moins d'une copie sur quatre : **[3.c]**, **[4.b,c,d,e]**, **[10.b]**, **[12.d]**, **[14.b]** et **[15.c,d]**.

3 - Remarques de correction

On a sanctionné les copies dans lesquelles Poisson (ou tout autre mathématicien) était écrit sans majuscule.

Le jury s'étonne que de nombreux candidats donnent des réponses sans prendre la peine de donner la moindre justification. Cela a été particulièrement fréquent pour les questions [11.b] et [16]. Aucun point n'est accordé en pareille situation, que la réponse soit correcte ou non.

On a constaté que les candidats ont été déroutés par la première partie, au point que la première question de Scilab, pas particulièrement difficile, a été abordée dans moins d'une copie sur trois.

Comme toujours, lorsqu'un résultat est donné par l'énoncé, les correcteurs attendent une réponse soigneusement justifiée. Il semble que cette exigence soit de mieux en mieux comprise par les candidats, qui préfèrent admettre un résultat plutôt que de tenter une démonstration hasardeuse.

On peut appliquer l'inégalité de Schwarz [7.c], [10.b] telle qu'elle figure dans le programme : $[Cov(X, Y)]^2 \leq Var(X) \cdot Var(Y)$ sans avoir à la démontrer (il suffit de vérifier que les deux variables admettent un moment d'ordre deux).

À la question [12.a], on demandait de ne pas détailler les calculs qui justifiaient le résultat. Il était cependant bienvenu de citer les conditions d'application du théorème invoqué.

Le lemme des coalitions a trop souvent été appliqué à tort et à travers (par exemple, pour justifier que les variables X et X^2 seraient indépendantes).

Il est parfois laborieux de justifier qu'une fonction est dérivable. Mais que penser des candidats qui prétendent au [7.a] que la fonction f est dérivable par rapport à (θ, k) sur l'ouvert $0, +\infty$ (rigoureusement *sic*) ?

4 - Conseils aux futurs candidats

En ce qui concerne la forme, le jury conseille aux futurs candidats de lire attentivement le texte préliminaire qui précède toute épreuve écrite de mathématiques, dans lequel il est précisé notamment, que la lisibilité et la qualité de la rédaction entrent pour une part non négligeable dans l'appréciation des copies : un correcteur ne s'attarde pas à essayer de « décrypter » une copie illisible. Par contre, une copie propre et claire ne peut qu'avantager son auteur. Le jury rappelle également que les abréviations dans les copies doivent être proscrites et il conseille de bien numéroter les questions et d'encadrer les résultats.

De plus, les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayées par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type « il est clair que... » doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage rigoureux et une très bonne maîtrise du cours.

Le jury recommande aux futurs candidats de prendre le temps de lire l'ensemble du sujet, non seulement pour s'en imprégner, mais aussi pour pointer les questions qui paraissent faciles à résoudre, lesquelles ne se situent pas nécessairement dans la première partie du sujet.

La recherche d'une solution à une question ne doit pas dépasser quatre à cinq minutes. Au-delà de ce délai, en cas d'échec, le candidat doit admettre le résultat de cette question (si la réponse figure dans l'énoncé), passer à la question suivante sans éprouver un sentiment de déstabilisation ou de découragement. Autrement dit, le jury recommande aux futurs candidats de faire preuve d'une grande ténacité.

5 - Résultats statistiques

Sur les 3240 candidats ayant composé dans cette épreuve, la note moyenne est de 10,50 avec un écart-type de 5,07 suffisamment élevé pour permettre de classer les candidats de manière satisfaisante.

Le nombre de candidats ayant obtenu une note supérieure ou égale à 16 est de 520, soit 16% des candidats présents.

La note médiane est de 11,5 et les premier et troisième quartiles sont égaux à 6,8 et 14,1 respectivement.

La note maximale de 20 était attribuée aux candidats ayant obtenu au moins 53% des points du barème, ce qui fut le cas pour 39 candidats.