

**Concours d'admission sur classes préparatoires
Option ECS**

**RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
2021**

Présentation de l'épreuve :

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme et la diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.
- Des questions d'informatique étaient proposées dans l'exercice 1 (analyse) et dans le problème (probabilités).
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet bien adapté au public concerné, mais comportant, comme d'habitude, quelques questions particulièrement difficiles (exercice 2, exercice 3 et partie 3 du problème notamment) où seuls les très bons candidats ont pu tirer leur épingle du jeu en montrant, d'une part leur capacité à mener un calcul compliqué à son terme, et d'autre part leur faculté à raisonner sur des situations abstraites.

Il y avait aussi un assez grand nombre des questions ouvertes pour lesquelles la solution n'était pas donnée : ceci a permis de faire le tri entre les candidats autonomes et capables de proposer des pistes mais aussi capables de mener un calcul à son terme.

Description du sujet :

L'exercice 1 proposait l'étude de la suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + u_n} \end{cases}$$

On établissait d'abord le théorème de Cesàro dans le cas particulier d'une suite croissante (ce qui évite les epsilon). On pouvait alors déterminer un équivalent de u_n au voisinage de $+\infty$.

Le début de cet exercice a été traité de façon correcte par un assez grand nombre de candidats, mais dès la troisième question, beaucoup se sont perdus, notamment dans l'étude des variations d'une fonction pour lesquelles le signe de $2x + 1 - 2\sqrt{x^2 + x}$ était requis. Il semble que ce soit, contre toute attente, l'exercice le moins bien réussi.

L'exercice 2, portant sur le programme de probabilités, étudiait une suite (X_n) de variables aléatoires indépendantes et de même loi de Rademacher de paramètre p , c'est-à-dire telles que $P(X_n = 1) = p$ et $P(X_n = -1) = 1 - p$.

L'un des objectifs était de prouver que la suite T_n , définie par $T_n = \prod_{k=1}^n X_k$, ne convergerait pas en probabilité, mais qu'elle convergerait en loi vers une variable T suivant la loi de Rademacher de paramètre $\frac{1}{2}$.

L'autre objectif était d'établir la convergence en loi de la suite de variables aléatoires $U_n = e^{n\bar{X}_n}$, où $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$, vers une variable aléatoire suivant une loi log-normale (vue en première question).

Cet exercice a, semble-t-il, rebuté certains candidats car il faisait appel aux notions fines du programme (théorème limite central, convergence en probabilité, convergence en loi) mais un grand nombre de candidats ont tiré leur épingle du jeu.

L'exercice 3 portait sur les parties algèbre linéaire et algèbre bilinéaire du programme.

On y déterminait les formes possibles de la matrice d'un endomorphisme antisymétrique (ce mot était défini) relativement à une base, construite au cours de l'énoncé, de l'espace euclidien environnant E .

Cet exercice a été abordé avec des fortunes très diverses et c'est globalement le moins bien réussi, car la plupart des questions, très abstraites, ont déstabilisé bon nombre de candidats dont les connaissances en algèbre linéaire et en algèbre bilinéaire sont véritablement fragiles...

Le problème, portait sur le programme de probabilités. On y étudiait notamment la convergence en probabilité d'une suite $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de variables aléatoires suivant une loi bêta de paramètre n . Ensuite, on considérait une suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ de variables aléatoires suivant la loi uniforme sur $[0,1]$ et on déterminait la loi de $\max(U_1, \dots, U_{2n+1})$, celle de $\min(U_1, \dots, U_{2n+1})$, puis on montrait enfin que la médiane de (U_1, \dots, U_{2n+1}) obéissait à la loi bêta de paramètre n . Une partie informatique demandait de construire trois scripts de simulation de loi, l'un simulant le min, un deuxième le max et le troisième la médiane citées ci-dessus.

Le problème a été abordé par de nombreux candidats qui ont su, pour pas mal d'entre eux, y trouver leur bonheur. Cela dit, un bon nombre de candidats ont perdu leurs moyens sur le calcul des intégrales $\int_0^1 x^p (1-x)^q dx$, calcul pourtant relativement bien guidé.

Statistiques :

- Pour l'ensemble des 3804 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 11,17 sur 20 (presque la même que l'année dernière). L'écart type vaut 6,08 (toujours important).
- 34,5% des candidats, contre 32,5% l'année dernière, ont une note inférieure ou égale à 8 (parmi eux, 15,5% ont une note inférieure à 4, sensiblement comme l'année dernière).
- 20,2% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage à peine supérieur à celui de l'année dernière qui était de 19,8%).
- 27,6% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage supérieur à celui de l'année dernière qui était de 25,9%).

Conclusion :

Comme l'an dernier, le niveau est très hétérogène et il semble l'être de plus en plus à la lecture des statistiques (un peu plus de candidats en difficulté et un peu plus de très bons candidats qu'en 2020). Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées et bien rédigées mais il reste quelques candidats qui rendent pratiquement un brouillon, truffent leur copie d'abréviations non officielles, proposent des copies sales et raturées, parfois sans les numéros des questions traitées ou avec des numéros fantaisistes (avec la numérisation des copies, c'est réellement un "jeu dangereux"). Les correcteurs remarquent que certains candidats ne prennent plus le temps, ni d'écrire l'élément différentiel des intégrales, ni d'écrire quelques quantificateurs lorsque ceux-ci auraient dû s'imposer. Pour finir, l'orthographe a tendance à se détériorer encore un peu plus...

Les membres du jury signalent qu'un petit nombre de candidats ont fait preuve d'une malhonnêteté assez mal dissimulée (malheureusement pour eux !). D'autres, une minorité également, écrivent « des raisonnements faux assésés avec autorité » comme le remarque fort justement un correcteur ou croient déceler une erreur d'énoncé car ce qu'ils trouvent n'est pas conforme avec ce qui est attendu. A contrario, il convient de saluer une grande majorité de copies particulièrement honnêtes, dont certaines sont d'excellente qualité !

Rappelons, une fois encore, que la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.