

**Concours d'admission sur classes préparatoires**  
**Option scientifique**

**RAPPORT DU JURY**  
**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**  
**2019**

**Présentation de l'épreuve :**

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme en donnant, encore une fois, une place importante aux probabilités (exercice 2 et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.

- Des questions d'informatique étaient proposées dans l'exercice 1 (algèbre linéaire) et le problème.
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet bien adapté au public concerné, mais comportant, peut-être un peu plus que l'année dernière, quelques questions particulièrement difficiles (exercice 3 et partie 3 du problème notamment) où seuls les très bons candidats ont pu tirer leur épingle du jeu en montrant leur capacité à mener un calcul compliqué à son terme ainsi que leur faculté à raisonner sur des situations abstraites.

**Description du sujet :**

**L'exercice 1** proposait de déterminer la décomposition de chaque vecteur  $x$  d'un espace vectoriel  $E$  de dimension  $n$ , sur la somme directe  $\bigoplus_{k=1}^p \text{Ker}(f - \lambda_k Id)$ , où  $f$  est un endomorphisme diagonalisable de  $E$  ayant  $p$  valeurs propres,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ , deux à deux distinctes et où  $Id$  désigne l'endomorphisme identité de  $E$ . L'étude d'un exemple permettait de se familiariser avec la situation.

L'étude de l'exemple (partie 1) s'est bien déroulée pour la majorité des candidats mais dès que les notions plus abstraites sont apparues (partie 2), il ne restait que très peu d'entre eux capables de proposer des réponses correctes.

**L'exercice 2**, portant sur le programme de probabilités, proposait de démontrer que la suite de variables aléatoires  $(Y_n)$  définies par  $Y_n = \frac{\pi}{n} M_n$ , où  $M_n$  désigne le max de  $n$  variables aléatoires mutuellement indépendantes, suivant toutes une loi de Cauchy de densité  $f(x) = \frac{1}{\pi(x^2 + 1)}$ ,

convergeait en loi vers une variable aléatoire de densité  $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} e^{-1/x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Cet exercice a souvent été le mieux réussi, les candidats ayant manifestement investi sur cette partie du programme de deuxième année (variables à densité et convergence en loi).

**L'exercice 3** portait sur les parties d'algèbre linéaire et d'algèbre bilinéaire du programme. On montrait qu'il existe un unique endomorphisme d'un espace euclidien  $E$ , noté  $u^*$ , appelé l'adjoint de l'endomorphisme  $u$ , et vérifiant :  $\forall x \in E, \forall y \in E, \langle u(x), y \rangle = \langle x, u^*(y) \rangle$ .

Ensuite on étudiait quelques propriétés des endomorphismes normaux (c'est-à-dire tels que  $u \circ u^* = u^* \circ u$ ).

Cet exercice a été abordé avec des fortunes très diverses et c'est globalement le moins bien réussi, car la plupart des questions, très abstraites, ont déstabilisé nombre de candidats.

**Le problème**, portait sur le programme d'informatique et de probabilités. La partie informatique demandait de compléter deux scripts, l'un permettant de remplir un tableau aléatoirement avec les entiers de 1 à  $n$ , l'autre permettant de trouver la place  $c$  de  $n$  dans ce tableau. Ensuite, on étudiait la variable aléatoire donnant le nombre d'affectations subies par la variable  $c$  au cours de l'exécution du deuxième script

Une grosse partie des candidats qui ont abordé le problème n'ont, pour une grande part, pas beaucoup réussi et ceci dès les premières questions sur la fonction génératrice d'une variable aléatoire prenant un nombre fini de valeurs.

La suite, comportait certes quelques questions simples d'analyse, mais aussi beaucoup de questions techniques qui ont eu raison de la majorité des candidats, parfois pris de court sur le sens à donner aux objets étudiés.

### **Statistiques :**

- Pour l'ensemble des 3889 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 11,07 sur 20 (inférieure de 0,43 point à celle de l'année dernière sûrement à cause des difficultés rencontrées dans l'exercice 3 et le problème). L'écart type vaut 5,72 (toujours important).

- 32,8% des candidats, contre 30,7% l'année dernière, ont une note inférieure ou égale à 8 (parmi eux, 13,5% ont une note inférieure à 4, contre 11,08% l'année dernière).

- 23,1% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage très légèrement supérieur à celui de 2018 qui était de 21,3%).

- 23,7% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage légèrement inférieur à celui de 2018 qui était de 26,4%).

### **Conclusion :**

Comme l'an dernier, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les questions les plus subtiles, qui demandent une compréhension fine de la théorie, quel que soit le domaine concerné, échappent à presque tous les candidats. La plupart d'entre eux ont acquis des techniques et des réflexes mais ne comprennent pas forcément en profondeur ce qu'ils font.

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées et bien rédigées mais il reste, en assez grand nombre, des candidats qui rendent pratiquement un brouillon, truffent leur copie d'abréviations non officielles, proposent des copies sales et raturées, parfois sans les numéros des questions traitées ou avec des numéros fantaisistes (avec la numérisation des copies, c'est réellement un "jeu dangereux").

Les correcteurs sont de plus en plus nombreux à s'élever contre une rédaction trop relâchée et ils n'ont, comme d'habitude, aucune compassion pour ces candidats qui bien évidemment s'exposent à des sanctions.

Un nombre non négligeable de candidats restent adeptes des réponses floues et du bluff : il faut savoir que ce type de réponse est sanctionné et que l'absence d'argument ou le manque de précision rend la réponse irrecevable.

Rappelons, une fois encore, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.

La correction dématérialisée s'est très bien déroulée et il ne faut noter que très peu de problèmes de numérisation, tous très vite résolus par le service compétent.