BCE
BANQUE COMMUNE D'ÉPREUVES

MATHEMATIQUES- Option scientifique
(épreuve n° 280)
ANNEE 2017
Épreuve conçue par HEC Paris
Voie économique et commerciale

Le sujet

Le problème de cette année portait sur l'approximation des fonctions par des polynômes.

Il comportait trois parties : la première étudiait le cas des polynômes de Bernstein, la deuxième celle des polynômes de Lagrange et enfin la dernière mettait en évidence le phénomène de Runge dans un cas particulier.

Les outils utilisés étaient très variés : algèbre linéaire, analyse classique et nombres complexes, probabilités. La longueur et la teneur du sujet ont permis à tous les candidats de tester leur niveau de connaissances et pour les meilleurs d'entre eux, d'exprimer la pleine mesure de leur talent.

Les résultats statistiques

Le barème de notation accordait des poids respectifs de 30% à la partie I, 18% à la partie II et 52% à la partie III.
Les questions de *Scilab* représentaient 6,3% des points de barème.

Sur les 2487 candidats présents à cette épreuve, la note moyenne s'établit à 10,58 avec un écart-type très élevé de 5,20 permettant d'opérer une bonne discrimination entre les candidats.
La note médiane est de 12,5 ; un quart des candidats obtient une note inférieure à 5,9 et 75% des candidats ont obtenu une note supérieure à 14,9.
Un peu plus de 50% des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et près de 15% des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16. On observe enfin 2,2% des candidats qui obtiennent une note supérieure à 19 dont 36 d'entre eux qui culminent à 20.
La note maximale de 20 fut accordée aux candidats ayant résolu avec succès un peu plus de la moitié du problème. Plus précisément, on obtenait 20 si on traitait correctement les parties I et II ou toute la partie III.

Par école, les statistiques sont les suivantes :

- HEC (2199 candidats) – moyenne : 11,14 ;
- ESCP Europe (2390 candidats) – moyenne : 10,85.

Commentaires

Comme l'an passé, on observe une tendance à l'homogénéité du niveau moyen des connaissances des candidats : sauf à de rares exceptions, on observe que les numéros des questions abordées sont les mêmes, les candidats avançant des arguments assez stéréotypés.
Le niveau des candidats est plutôt stable mais les écarts se creusent entre les bons ou très bons candidats et les candidats moyens ou faibles.
Les candidats n'ont pas été déroutés par ce sujet et ils ont le plus souvent abordé les trois parties qui commençaient chacune par des questions classiques et relativement simples.
Leur connaissance du cours est assez précise et ils citent les théorèmes utilisés.
Signalons enfin que la grande majorité des copies est lisiblement écrite, la rédaction est satisfaisante ; en particulier, les raisonnements par récurrence ou par « montée finie » sont presque toujours bien rédigés.

Partie I

Dans la première partie, excepté quelques candidats qui ne parviennent pas à entrer dans le formalisme, les premiers calculs sont corrects. Le premier obstacle concerne l'indépendance linéaire des polynômes de Bernstein, rarement bien exposée malgré l'étude préalable du cas particulier où $n = 2$.
Beaucoup de candidats éprouvent de grandes difficultés à calculer le terme dominant de $T_n(A_k)$.
La convergence en probabilité est bien connue, démontrée par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev ou par la loi faible des grands nombres.
La question plus difficile 3.d) est cependant correctement résolue par les meilleurs candidats.
Toutefois, les réponses sur l'interprétation du code *Scilab* sont rarement convaincantes.
En moyenne, cette partie donne aux candidats un peu plus de la moitié de leurs points de barème.

Partie II

La partie II était un peu plus courte que la précédente.
En ce qui concerne Φ, la majorité des candidats ont bien pensé à utiliser l'égalité des dimensions entre l'espace de départ et l'espace d'arrivée.
Ils parviennent très souvent à vérifier que Ψ est un produit scalaire mais curieusement, ils ont très rarement répondu à la question 6.a) et beaucoup mieux à la question 6.b) en la rédigeant parfois très bien.
Les questions 5.d) (matrice) et 6.d) sont très peu souvent réussies.

Partie III

La troisième partie, plus longue et moins guidée que les deux premières parties, est moins abordée.
Pour la question 7.a), les raisonnements sont très souvent inexacts mais la question analogue 8.b) a pu être parfois bien traitée en utilisant la décomposition de $v(x)$.
La question 9 est rarement traitée (surtout 9.a) et le calcul de l'intégrale 10.a) donne lieu à de nombreuses erreurs de calcul.
Quelques rares candidats sont allés plus loin dans le problème sans se contenter de divers grappillages de points.