

MATHÉMATIQUES APPROFONDIES

Conception EDHEC BS

Session 2023

Présentation de l'épreuve

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme en donnant, comme d'habitude, une place importante aux probabilités (deuxième et troisième exercices).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.

- Des questions d'informatique étaient proposées dans les exercices 2 et 3.
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet bien adapté au public concerné, mais ils constatent avec étonnement que trop de candidats butent sur des questions classiques qui ont pourtant été vues en cours de façon quasi certaine.

Description du sujet

L'exercice 1, portant sur l'algèbre linéaire, étudiait, dans le cas général, les matrices M de rang 1 et leur diagonalisabilité dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ selon que $\text{Tr}(M) \neq 0$ ou $\text{Tr}(M) = 0$, puis la deuxième partie proposait un exemple dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

Beaucoup de candidats ont répondu à presque toutes les questions, peut-être même ont-ils eu la sensation d'avoir réussi, mais malheureusement, leurs réponses étaient fausses d'un point de vue logique, notamment dans la partie 1.

Dans la partie 2, la détermination du rang d'une matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ne semble pas évidente pour tous les candidats, de même que la résolution d'un système linéaire homogène à trois équations et trois inconnues en vue d'établir une condition traduisant que la matrice de ce système n'est pas inversible.

Points faibles relevés par les correcteurs : la matrice M , élément de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, a été trouvée vecteur propre d'elle-même par de nombreux candidats (à cause de l'égalité $M^2 = \text{Tr}(M)M$), la résolution d'un système de trois équations à trois inconnues a posé des problèmes de rigueur, notamment

« $(ac - b)x = 0$ donc $ac = b$ » ou « le vecteur $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ n'est pas le vecteur nul donc $x \neq 0$ », et aussi

une grosse faute consistant à penser que les matrices L et C commutent.

L'exercice 2, portant sur les probabilités, s'intéressait, dans la première partie, à une variable aléatoire X suivant la loi de Pareto à un paramètre et à sa simulation informatique avec Python, puis dans la deuxième partie on étudiait le produit de deux variables indépendantes suivant toutes les deux la même loi de Pareto.

Cet exercice a permis à presque tous les candidats de copieusement s'exprimer car un certain nombre de questions (première partie et début de la deuxième partie) étaient tout à fait accessibles. Malgré tout, chez un certain nombre de candidats, les calculs d'intégrales de Riemann ont posé de sérieuses difficultés.

Points faibles relevés par les correcteurs : définition pas rigoureuse des fonctions de répartition menant à des résultats faux (exemple : $\forall x \in \mathbb{R}, F(x) = 1 - \frac{1}{x^c}$), positivité et continuité d'une densité bâclées, dérivation « sauvage » des fonctions de répartition en vue d'obtenir des densités, de trop nombreux candidats pensent que la somme de deux variables indépendantes suivant une loi exponentielle suit, elle aussi, une loi exponentielle.

L'exercice 3, portant également sur les probabilités, proposait dans une première partie l'étude d'une variable aléatoire X suivant une loi binomiale négative (nombre de Faces avant le premier Pile). La deuxième partie proposait l'étude des deux variables aléatoires Q et R définies respectivement comme le quotient et le reste de la division euclidienne de X par 3, puis leur simulation avec Python.

Cet exercice a, dans l'ensemble, été très mal traité par la majorité des candidats, c'est le moins bien réussi de cette épreuve : le contexte (division euclidienne dans \mathbb{N}) a été très mal compris et mal analysé, y compris en ce qui concerne l'expérience aléatoire de la première question, pourtant très classique.

Points faibles relevés par les correcteurs : loi géométrique mal connue et confondue avec la loi présentée dans l'exercice, problèmes de calcul sur les fractions (exemple : $\sum_{k=1}^{+\infty} k q^k p = \frac{p}{q} \sum_{k=1}^{+\infty} k q^{k-1}$), série géométrique dérivée d'ordre 2 souvent mal connue, compréhension très approximative de la division euclidienne dans \mathbb{N} .

Le problème, portant sur l'analyse, l'algèbre et l'algèbre bilinéaire, proposait l'étude d'une inégalité de Poincaré dans un cas discret particulier.

Ce problème a permis de départager les candidats de façon tranchée car certaines questions étaient d'une grande difficulté.

Cela dit, sur de nombreuses questions, les candidats avaient de quoi mettre leurs connaissances en action en appliquant les techniques de base apprises pendant leurs deux ans de classe préparatoire, ce que pas mal d'entre eux ont fait avec un certain succès. Par ailleurs, les questions difficiles, peu souvent abordées et parfois complètement ratées, sont celles qui ont permis aux excellents candidats de se mettre en valeur.

Points faibles relevés par les correcteurs : la périodicité de la fonction cosinus semble oubliée par certains, erreurs d'inattention aux conséquences graves (exemple : $A^2 = -3A$ donc $x \rightarrow x^2 - 3x$ est un polynôme annulateur de A), fautes de parenthésage coupables dans les sommes de la question 5d), télescopage presque jamais expliqué alors qu'il n'était pas évident dans la question 5c).

Statistiques

- Pour l'ensemble des 2977 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 11,08 sur 20 (celle de l'année dernière était égale à 11), la médiane est égale à 11,1 et l'écart type vaut 5,73 (presque comme l'année dernière, et toujours très important, ce qui est signe d'un classement efficace des candidats).

- 33,8% des candidats, contre 35,5% l'année dernière, ont une note inférieure à 8 (dont 13,1% ont une note inférieure à 4 contre 14,2% l'année dernière).

- 22% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage très légèrement supérieur à celui de l'année dernière qui était égal à 21,6%).

- 24,9% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage un peu inférieur à celui de l'année dernière qui était égal à 25,5%).

Conclusion

Comme l'année dernière, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les notions courantes, les calculs classiques et les raisonnements simples sont maîtrisés par un grand nombre de candidats, mais dès que l'énoncé propose une réflexion plus fine ou présente une notion un peu théorique, il ne reste que peu de candidats pouvant se hisser à ce niveau : ceux qui ont pu le faire ont clairement fait la différence sur le gros de la troupe.

Sur la forme, les copies sont, dans l'ensemble, agréablement présentées et rédigées dans un souci de clarté et de transparence mais les correcteurs remarquent qu'il y a de plus en plus de candidats qui rendent des copies difficiles à lire, sur lesquelles certains « n'écrivent pas droit et pas sur les lignes » avec en plus, beaucoup de fautes d'orthographe et de grammaire. Certains correcteurs proposent de revenir à un malus pour les copies désagréables à lire, sales et peu respectueuses du correcteur.

Sur le fond, les copies sont majoritairement honnêtes mais il reste un assez grosse minorité de candidats adeptes du bluff : ils doivent savoir que l'absence d'argument ou le manque de précision rend la réponse irrecevable ! Une bonne réponse est une réponse construite rigoureusement.

Conseil aux futurs candidats : il faut prendre le temps de lire correctement chaque question et d'en comprendre les enjeux avant de se lancer dans une résolution aventureuse menant à une réponse incomplète, voire complètement hors-sujet.

Dans la pratique, il ne faut pas rester plus de 4 ou 5 minutes sur une question, sauf pour terminer un long calcul.